

Courbes et surfaces de subdivision

Notions de base

Définition *intuitive* d'une surface de subdivision : Définir une surface lisse comme limite d'une séquence de raffinements successifs d'un maillage polygonal.

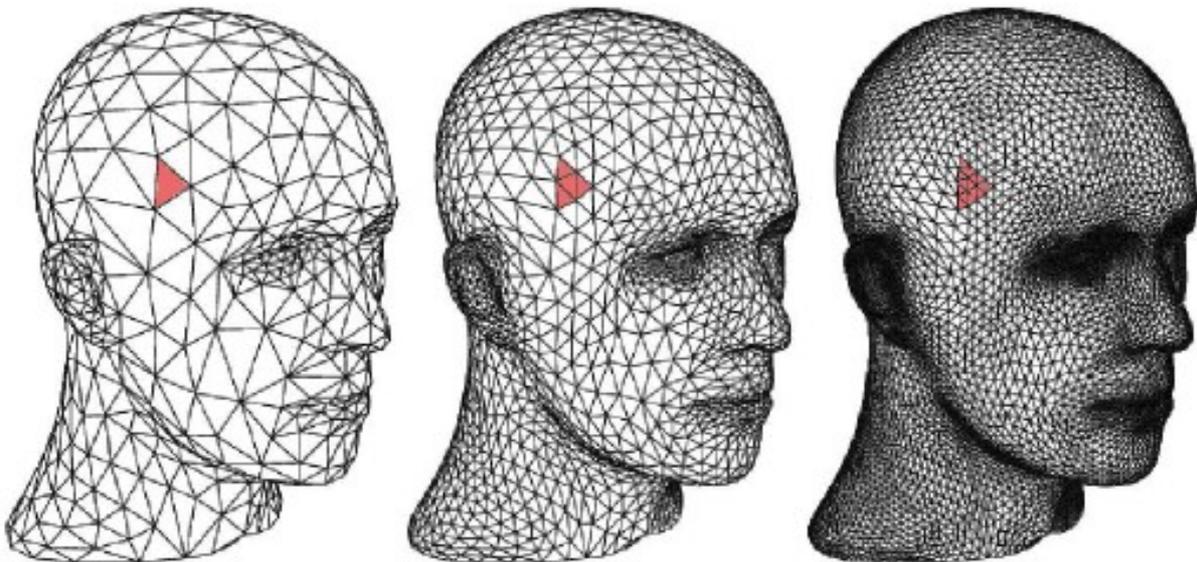


Figure : Le maillage triangulaire d'origine (à gauche), et l'application successive de deux passes de subdivision (au centre et à droite). Ici chaque triangle est subdivisé en quatre de façon récursive.

Introduction

Une surface de subdivision est une surface polygonale dite multi-résolution.

A partir d'un maillage polygonal M_0 ne contenant que peu de faces, appelé *maillage de contrôle*, l'application de règles de raffinement génère une suite de maillages M_1, \dots, M_i . Ces maillages raffinés sont plus fins à chaque itération, le processus converge vers la surface limite M_∞ .

Un schéma de subdivision caractérisant une telle surface détermine la modification topologique et la géométrie des nouveaux sommets.

La position des nouveaux sommets est déterminée localement à partir de ses sommets environnants, tandis que la transformation topologique décrit les arcs du nouveau maillage.

Contrairement aux surfaces paramétrée B-Splines, les surfaces de subdivision peuvent décrire des surfaces lisses de topologie arbitraire.

Exemple

Cet exemple illustre la capacité des surfaces de subdivision à décrire des surfaces lisses de topologie arbitraire :

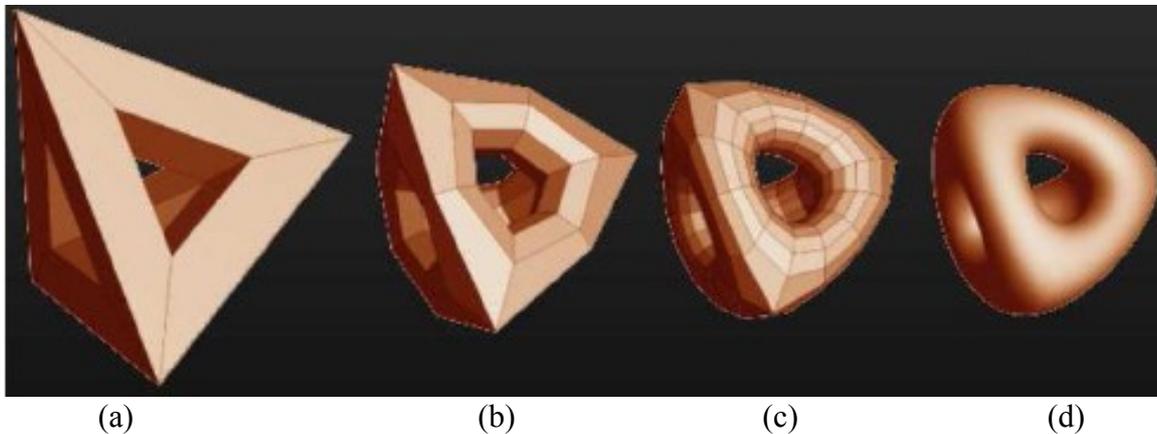


Figure : a) Le maillage original. b,c,d) Trois passes successives du schéma de Catmull et Clark.

Historique

Les surfaces de subdivision sont apparues en 1978 suite aux travaux de Catmull et Clark.

- **1978** Catmull et Clark ont introduit un algorithme de subdivision basé sur les splines cubiques.
- **1987** Loop propose un algorithme de traitement des surfaces triangulées par subdivision.
- **1995** : Démonstration plus complète des propriétés de continuité de l'algorithme de Loop par Peter Schröder et Adi Levin.

Principe

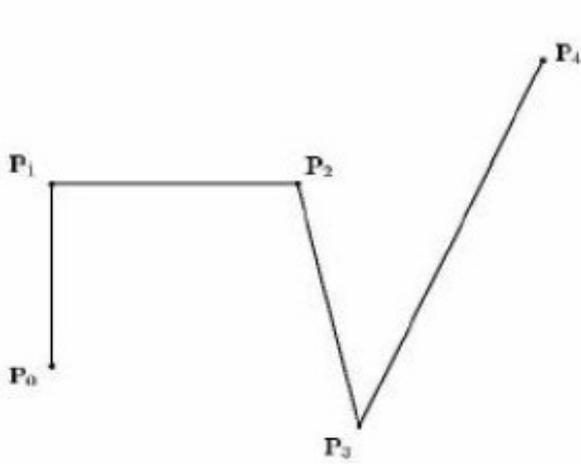
Les surfaces de subdivision permettent de manipuler des objets très simples tout en obtenant un excellent rendu, cet outil est très largement utilisé dans de nombreux domaines de l'industrie. Un schéma de subdivision peut être approximant, voir les précédents exemples, ou interpolant auquel cas la surface limite passe par les sommets initiaux.

Elles souffrent toutefois de quelques défauts, les surfaces générées ne possèdent de bonnes propriétés mathématiques que pour les sommets dits *réguliers*. La régularité d'un sommet est fonction de sa valence, c'est à dire du nombre des ses arcs incidents. Le schéma quadrangulaire de Catmull et Clark

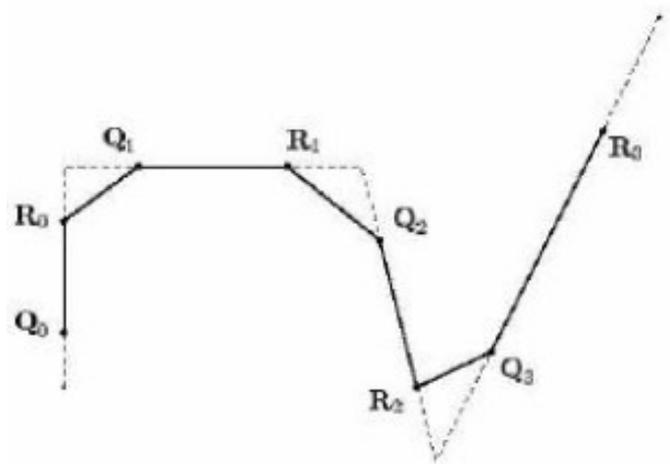
considère des sommets réguliers de valence 4 (figure 2); le schéma triangulaire de Loop est régulier pour des sommets de valence 6.

Courbes de subdivisions

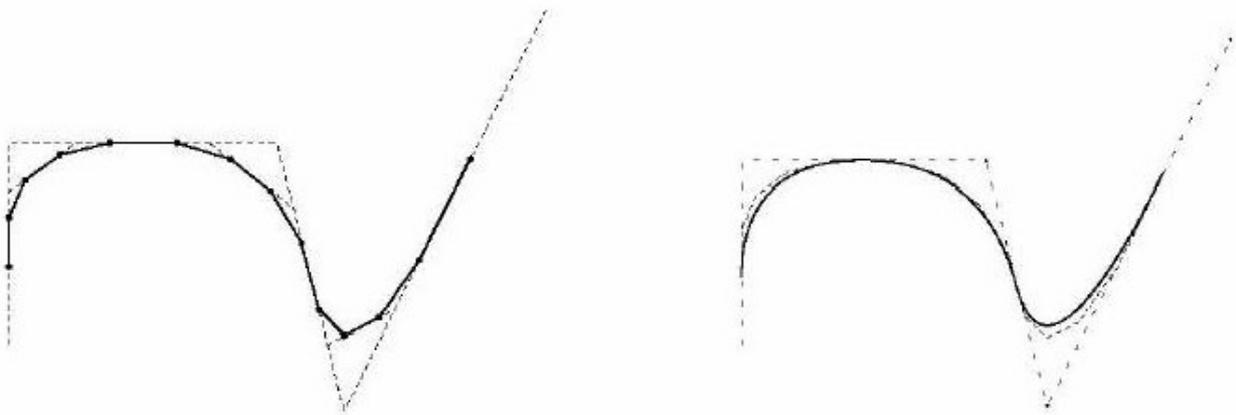
Il est possible de définir une courbe ou une surface lisse comme la limite d'une séquence de subdivision successive. La subdivision approximante est basée sur l'idée du sectionnement des coins. Pour mieux comprendre ce qu'est la subdivision de surfaces, nous pouvons observer la subdivision d'une courbe. Voici l'algorithme de Loop.



(a) : Courbe initiale



(b) : Les points de contrôle sont remplacés par deux nouveaux points aux positions $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$.



Plus nous réitérons le procédé, plus la courbe devient lisse, et plus les angles s'estompent.

Le principe de subdivision des surface est le même mais appliqué aux surfaces anguleuse.

Exercices à rendre (Projet)

1. A partir de l'exercice 1 du TP 3 « Interaction avec la souris », implémenter un algorithme pour calculer et visualiser une courbe de **Bezier** (exercice 2 du TP3). Les points de contrôles sont les points ajoutés à l'aide de la souris. Modifier ce programme pour visualiser une courbe B-spline.
2. A l'aide du visualiseur de fichier Mesh, ajouter un fonctionnalité de lissage en utilisant l'algorithme de **Loop** :
 - a) Dans votre document, décrire l'algorithme de Loop
 - b) Décrire la structure de donnée choisie. Vous pouvez vous inspirer de celle utilisée dans le lecteur de fichier Mesh (structure Figure/Triangle/Point)
 - c) Implémenter Loop
 - d) Essayer avec des figures (fichier Mesh)

Vous devez rendre :

- Les sources des programmes commentés
- Un document expliquant votre implémentation
- Un fichier texte « README » expliquant comment utiliser/compiler votre programme
- Fournir les fichiers Mesh utiliser pour vos tests